

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

**ДИНАМИКА  
НЕЛИНЕЙНЫХ  
ДИСКРЕТНЫХ  
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ  
И ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ**

**Материалы  
XIII Всероссийской научно-технической  
конференции**

---

---

**ДНДС–2019**

---

---

ЧЕБОКСАРЫ

2019

УДК 681.511.42.033(082)

Д44

**Редакционная коллегия:**

ректор А.Ю. Александров,  
д-р техн. наук, профессор Г.А. Белов,  
канд. техн. наук, доцент А.В. Серебрянников

*Печатается по решению Ученого совета  
Чувашского государственного университета имени И.Н. Ульянова*

**Динамика** нелинейных дискретных электротехнических  
**Д44** и электронных систем: материалы 13-й Всерос. науч.-техн.  
конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2019. 478 с.

ISBN 978-5-7677-2925-8

Рассматриваются вопросы математических основ и математического моделирования нелинейных дискретных систем, цифровой обработки сигналов, построения и анализа устройств и систем силовой электроники, систем электроэнергетики и электропривода.

Для научных работников, инженеров, менеджеров и студентов старших курсов.

УДК 681.511.42.033(082)

© Издательство

ISBN 978-5-7677-2925-8

Чувашского университета, 2019

## К ТЕОРИИ ГЛУБОКОГО ОБУЧЕНИЯ РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ

Хотя современная релейная защита и проявляет все свойства интеллектуальной системы, но ещё не в полной мере приобрела способности к обучению, адаптации и распознаванию режимов защищаемой электрической сети. Для придания ей этих свойств необходимо решить центральную задачу, заключающуюся в разграничении областей контролируемых защитой параметров различных режимов электрической сети [1].

**Постановка задачи.** Известно, что все режимы сети разделяются на режимы, в которых релейная защита должна срабатывать, и на режимы, в которых срабатывание категорически запрещено. Первый класс режимов носит название отслеживаемых, а второй – альтернативных [2]. Отслеживаемые и альтернативные режимы отображаются в пространстве контролируемых релейной защитой параметров в виде точек, характеризующихся своими координатами  $(R_j, X_j)$ . В дальнейшем будем снабжать измерения релейной защиты (объекты множества  $\mathbf{X}$ ) первого класса признаком  $y_j = 1$ , а второго –  $y_j = -1$ . Объект  $\mathbf{x}_j$ , обладающий соответствующим признаком  $y_j$ , будем называть *прецедентом*.

В терминах машинного обучения задачу формирования областей срабатывания, например, реле сопротивления можно рассматривать как определение принадлежности измерений реле к тем или иным классам в пространстве контролируемых параметров.

Рассмотрим математические основы разделения множеств прецедентов различных режимов электрической сети на примере интеллектуального реле сопротивления, использующего метод опорных векторов (Support Vector Machine – SVM).

Пусть имеется множество обучающих прецедентов  $(\mathbf{X}, \mathbf{y})$

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\} = \{(R_1, X_1), (R_2, X_2), \dots, (R_n, X_n)\},$$
$$\mathbf{y} = \{y_1, y_2, \dots, y_n\},$$

где  $\mathbf{X}$  – обучающая выборка;  $\mathbf{y}$  – признаки классов,  $y_j \in \{-1, 1\}$ .

Требуется найти границу области срабатывания реле, разделяющую объекты классов на прецеденты отслеживаемых и альтернативных режимов.

**Идея метода опорных векторов.** Рассмотрим идею метода SVM на примере линейного разделения классов. Целью метода является построение классификатора

$$a(\mathbf{x}) = \text{sign}[f(\mathbf{x}, \mathbf{w})], \quad (1)$$

возвращающего признак принадлежности нового объекта к определенному классу. Здесь  $f(\mathbf{x}, \mathbf{w})$  – дискриминантная функция,  $\mathbf{w}$  – вектор весов классификатора. Знак дискриминантной функции придает объекту  $\mathbf{x}_j$  признак принадлежности к определенному классу  $y_j$ , обращая его в прецедент по следующим правилам:

$$f(\mathbf{x}_j, \mathbf{w}) > 0, \text{ то } y_j = 1;$$

$$f(\mathbf{x}_j, \mathbf{w}) < 0, \text{ то } y_j = -1,$$

или в универсальной форме

$$y_j f(\mathbf{x}_j, \mathbf{w}) > 0. \quad (2)$$

Необходимые свойства классификатору придает его предварительное обучение на выборке прецедентов  $(\mathbf{X}, \mathbf{y})$ . Целью обучения является нахождение среди всех возможных разделяющих прямых

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = \langle \mathbf{w}, \mathbf{x} \rangle + w_0 = 0 \quad (3)$$

такой, которая расположена на максимально возможном расстоянии от ближайших прецедентов  $(\mathbf{x}_s, y_s)$  обоих классов – *опорных векторов*. Здесь  $\langle \cdot \rangle$  – оператор скалярного произведения,  $w_0$  – скаляр, характеризующий смещение разделяющей прямой. Такую прямую в дальнейшем будем называть *оптимальной разделяющей прямой* [3]. На рис. 1 она находится ровно посередине граничных прямых, определяющих разделяющую полосу максимально возможной ширины.

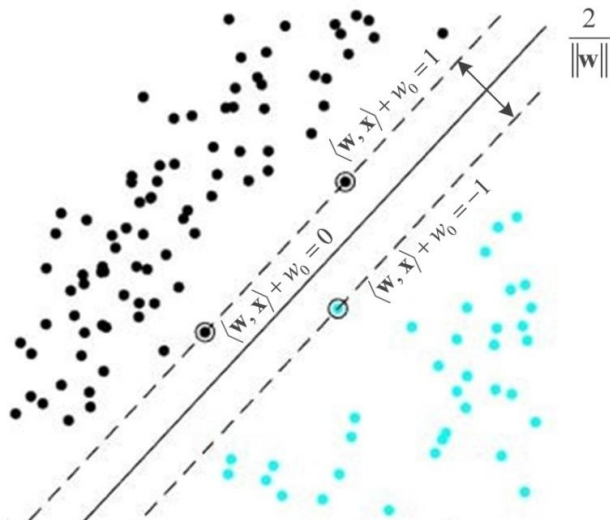


Рис. 1. Работа линейного классификатора (темные точки – прецеденты отслеживаемых режимов (класс «+1»), светлые точки – альтернативные режимы (класс «-1»), кружочки – опорные векторы, сплошная линия – оптимальная разделяющая прямая, штриховые линии – граничные прямые)

Граничные линии, проведенные через опорные векторы соответствующих классов, определяют разделяющую полосу. Поскольку разделяющая полоса не единственна (рис. 2), то задачу обучения классификатора можно сформулировать как задачу выбора из множества разделяющих полос полосы максимальной ширины. На рис. 2 граничные линии обеих полос включают в себя опорные векторы 1 и 2, но оптимальная полоса ещё учитывает опорный вектор 3 и обладает максимально возможной шириной. Все обозначения соответствуют обозначениям на рис. 1.

Сформулируем условия достижения этой цели.

Расстояние от разделяющей прямой (3) до опорного вектора  $\mathbf{x}_s$  определяется *отступом*

$$m_s = \frac{1}{\|\mathbf{w}\|} (\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_s \rangle + w_0) y_s = \frac{c}{\|\mathbf{w}\|}, \quad (4)$$

где  $c = f(\mathbf{x}_s, \mathbf{w})$  – значение дискриминантной функции в каждой точке соответствующей граничной прямой.

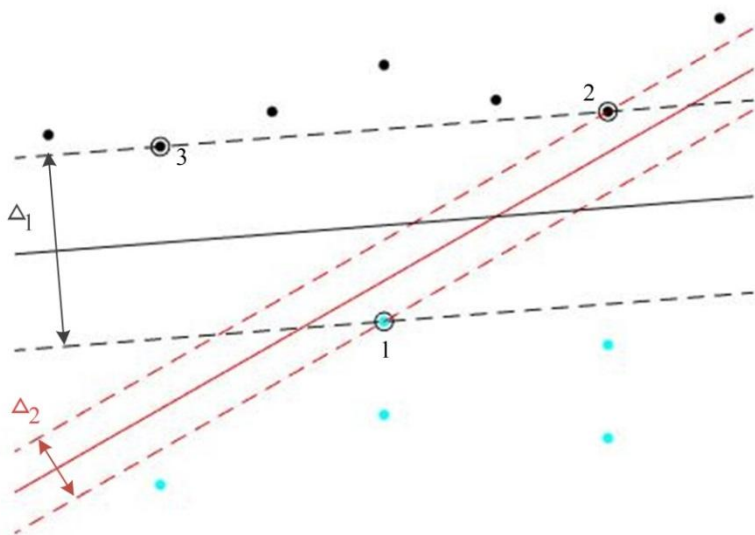


Рис. 2. Различие между оптимальной  $\Delta_1$  и субоптимальной  $\Delta_2$  разделяющими полосами

Разделяющая прямая не меняет своего положения при линейном масштабировании коэффициентов  $\mathbf{w}$  и  $w_0$ . Следовательно, можно потребовать, чтобы дискриминантная функция на опорных векторах принимала значения признаков соответствующих опорных векторов:

$$f(\mathbf{x}_s, \mathbf{w}) = y_s = \pm 1.$$

Тогда, полагая, что  $c = 1$ , получаем новые уравнения граничных прямых

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = \langle \mathbf{w}, \mathbf{x} \rangle + w_0 = \pm 1. \quad (5)$$

Двойной отступ определяет ширину полосы:

$$D = \frac{2c}{\|\mathbf{w}\|},$$

или с учетом, что  $c = 1$ :

$$D = \frac{2}{\|\mathbf{w}\|}.$$

Отсюда следует, что максимальной ширине разделяющей полосы соответствует минимальная норма вектора весовых коэффициентов:

$$\|\mathbf{w}\|^2 \text{ @ } \min_{\mathbf{w}, w_0} . \quad (6)$$

Линейное разделение предполагает, что ни один прецедент обучающей выборки не лежит внутри разделяющей полосы, причем на граничных прямых располагаются только опорные векторы.

**Алгоритм построения оптимальной разделяющей прямой.** Рассмотрим алгоритм построения оптимальной разделяющей прямой.

Как уже говорилось выше, для нахождения оптимальной разделяющей прямой необходимо оптимизировать критерий (6) при ограничениях, что прецеденты  $\mathbf{x}_j$  обучающей выборки  $\mathbf{X}$  не входят в область разделяющей полосы

$$y_j (\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_j \rangle + w_0) \geq 1 . \quad (7)$$

Решение рассматриваемой оптимизационной задачи дается теоремой Каруша-Куна-Таккера, формулируемой как задача поиска седловой точки функции Лагранжа:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{w}, w_0, \mathbf{l}) = & \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 - \sum_{j=1}^n l_j y_j (\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_j \rangle + w_0) - \sum_{j=1}^n l_j \\ & \begin{cases} l_j \geq 0, \\ l_j = 0 \text{ либо } \langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_j \rangle + w_0 = y_j, \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\mathcal{L}$  – функция Лагранжа,  $\mathbf{l}$  – вектор множителей Лагранжа.

Множитель  $l_j$  положительно определен. Если прецедент  $(\mathbf{x}_j, y_j)$  располагается на граничной прямой, то множитель строго положителен  $l_j > 0$ , причем для прецедента справедливо равенство

$$y_j (\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_j \rangle + w_0) = 1 .$$

Такой прецедент называется *опорным вектором*.

Если прецедент  $(\mathbf{x}_j, y_j)$  является внутренним объектом своего класса, то множитель  $l_j = 0$ . Следовательно, такой преце-

дент практически не вносит своего вклада в обучение классификатора и называется *периферийным*.

Решение задачи (8) сводится к эквивалентной задаче квадратичного программирования в два этапа. Сначала формулируются условия достижения экстремума Лагранжиана  $L$  в пространстве координат вектора весов классификатора  $w$  и порога  $w_0$ :

$$\begin{cases} \nabla_w L = w - \sum_{j=1}^n y_j x_j = 0, \\ \nabla_{w_0} L = \sum_{j=1}^n y_j = 0. \end{cases} \quad (9)$$

На втором этапе первоначальная задача оптимизации (8) преобразуется в двойственную задачу с учетом условий (9):

$$\begin{cases} L(I) = \sum_{j=1}^n I_j - \frac{1}{2} \sum_{j,i=1}^n I_j I_i y_j y_i \langle x_j, x_i \rangle \text{max}_I, \\ I_j \geq 0, \\ \sum_{j=1}^n I_j y_j = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Параметры классификатора формируются по результатам решения системы (10):

$$\begin{cases} w = \sum_{j=1}^n I_j y_j x_j, \\ w_0 = y_s - \langle w, x_s \rangle, \end{cases}$$

при этом  $I_j > 0$  только на опорных векторах (при  $j = s$ , где  $s$  – номер опорного вектора) и  $I_j = 0$  на периферийных прецедентах.

### Использование ядер при нелинейной классификации.

При классификации большинства реальных данных линейная разделимость прецедентов невозможна. Для распознавания таких данных используется SVM-классификатор, главной особенностью которого является применение специальных ядер [3]. «Трюк с ядром» (kernel trick) позволяет отобразить прецеденты из исходного пространства в пространство более высокой размерности, где множество становится линейно разделимым [3]. Математическую основу этой идеи составляет теорема Мерсера, утверждающая, что если в каком-то исходном пространстве



прецедентов классы не являются линейно разделимыми, то это пространство прецедентов можно отобразить в спрямляющее пространство, в котором классы будут линейно разделимы.

Отображение прецедентов в новое пространство осуществляется с помощью ядер – симметричных функций  $\mathbf{K}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \langle \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_i), \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_j) \rangle$ , причем SVM-классификатор в новом пространстве будет линейным, и его построение проводится по тем же правилам, как и в случае классификатора в пространстве прецедентов  $\mathbf{x}_j$  (рис. 3). Прецеденты из исходного пространства (рис. 3, а) отображаются с помощью функции ядра  $\mathbf{K}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  в новом спрямляющем пространстве (рис. 3, б), в котором впоследствии становятся линейно разделимыми (рис. 3, в). На рис. 3, в демонстрируется проекция спрямляющего пространства на  $R$ .

Таким образом, параметры классификатора примут вид

$$\begin{cases} \mathbf{w} = \sum_{j=1}^n l_j y_j \mathbf{j}(\mathbf{x}_j), \\ w_0 = y_s - \langle \mathbf{w}, \mathbf{j}(\mathbf{x}_s) \rangle, \end{cases}$$

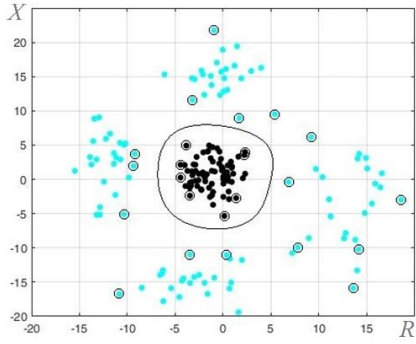
при этом  $l_j = 0$ , если  $j \neq s$ , где  $s$  – номер опорного вектора.

В качестве функции ядра наибольшее распространение получила радиальная базисная функция

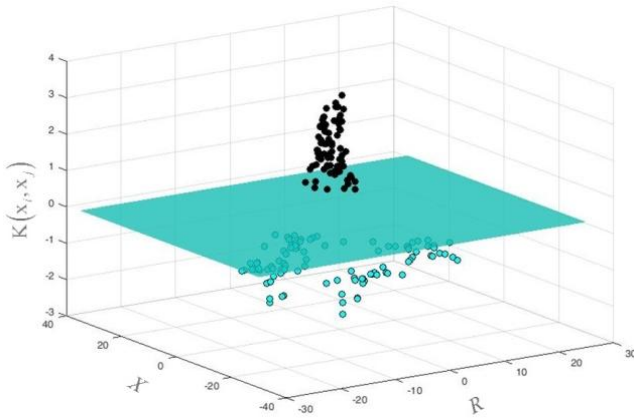
$$\mathbf{K}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = e^{-\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2}{2s^2}},$$

придающая гибкость классификатору при разделении классов данных со сложными границами.

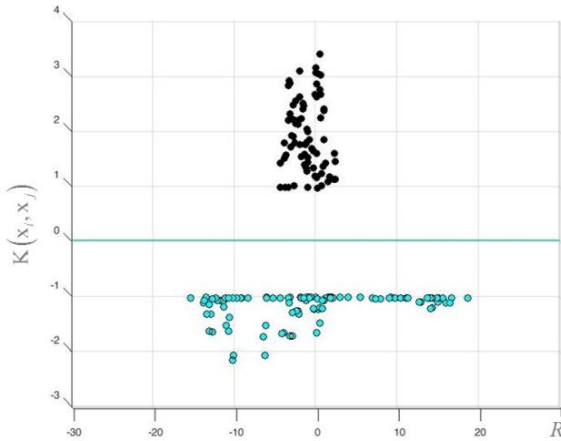
Рассмотрим в качестве примера нелинейное разделение прецедентов режимов электрической сети, представленных в виде несвязанных областей (рис. 4). SVM-классификатор с радиальной базисной функцией имеет возможность формировать характеристики срабатывания релейной защиты, включающие анклав прецедентов альтернативного режима в области отслеживаемых режимов.



*a*



*б*



*в*

Рис. 3. Переход от линейно неразделимых данных к линейно разделимым в спрямляющем пространстве

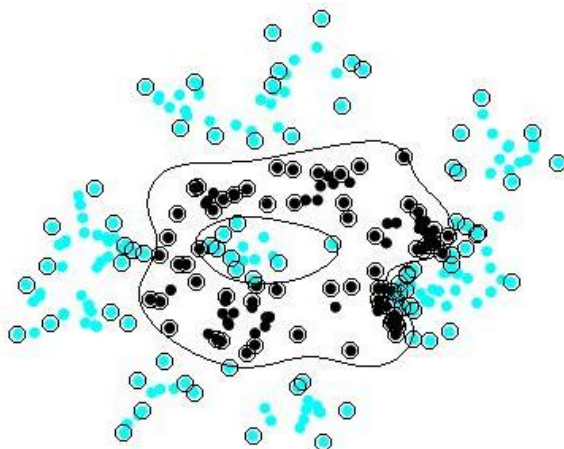


Рис. 4. Работа нелинейного классификатора с радиальной базисной функцией ядра (обозначения см. на рис. 1)

**Выводы.** Глубокое обучение релейной защиты на основе метода опорных векторов позволяет сформулировать нелинейную задачу разграничения несвязанных областей контролируемых релейной защитой параметров отслеживаемых режимов электрической сети даже в случае нахождения в них анклавов альтернативных режимов. Достоинство метода заключается в использовании единых принципов к классификации режимов электрической сети как в случае линейной, так и нелинейной разделимости.

#### Литература

1. Степанова Д.А., Наумов В.А., Антонов В.И. Задачи классификации и глубокого обучения в релейной защите цифровой электроэнергетики // РЕЛАВЭКСПО-2019: сборник докладов науч.-техн. конф. молодых специалистов. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2019. – С. 116–122.
2. Лямец Ю.Я., Кержаев Д.В. Иерархия режимов электроэнергетических систем в методологии обучения релейной защиты // Вестник Чувашского университета. – 2007. – № 2. – С. 134–147.
3. Вьюгин В.В. Математические основы теории машинного обучения и прогнозирования. – М.: МЦНМО, 2013. – 387 с.

РЕЛЕЙНАЯ ЗАЩИТА И АВТОМАТИКА  
ЭНЕРГОСИСТЕМ .....279

*Кочетов И.Д., Лямец Ю.Я., Мартынов М.В., Маслов А.Н.* Метод оценивания распознающей способности релейной защиты .....279

*Кочетов И.Д., Лямец Ю.Я., Мартынов М.В., Маслов А.Н.* Нераспознаваемость коротких замыканий вследствие неотличимости от рабочих коммутаций .....283

*Иванов С.В., Лямец Ю.Я., Макашкин Ф.А.* Спектральный анализ двухкомпонентного электрического сигнала на минимальном окне наблюдения .....290

*Иванов С.В., Лямец Ю.Я., Макашкин Ф.А.* Моделирование и анализ асинхронного процесса .....295

*Белянин А.А., Лямец Ю.Я., Чернов А.Ю.* Локация однофазного замыкания на землю в фидере распределительной сети .....298

*Белянин А.А., Лямец Ю.Я., Чернов А.Ю.* Локация повреждения при двухстороннем наблюдении линии на малом интервале времени .....301

*Белянин А.А., Маслов А.Н., Смирнова И.В., Широкин М.Ю.* Исследование чувствительности дифференциальной токовой защиты трансформатора к внутренним коротким замыканиям на фоне внешних .....304

*Белянин А.А., Маслов А.Н., Смирнова И.В., Широкин М.Ю.* Метод локализации для распознавания внутреннего короткого замыкания на фоне внешнего .....308

*Подшивалин А.Н., Андреев Б.Л.* Распознаваемость ошибки в измерениях на цифровой подстанции .....313

*Подшивалин А.Н., Терентьев Г.В.* Способ одностороннего определения места повреждения линий электропередачи .....316

*Степанова Д.А., Наумов В.А., Антонов В.И.* К теории глубокого обучения релейной защиты .....319

*Кудряшова М.Н., Наумов В.А., Антонов В.И., Иванов Н.Г.* Нелинейное аналоговое преобразование входного сигнала в алгоритмах идентификации перемежающегося дугового замыкания .....328

*Научное издание*

**ДИНАМИКА НЕЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ  
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ**

Материалы XIII Всероссийской научно-технической конференции

Публикуются в авторской редакции  
Отв. за выпуск А.В. Серебрянников

Согласно Закону № 436-ФЗ от 29 октября 2010 года  
данная продукция не подлежит маркировке

Подписано в печать 04.06.19. Формат 60×84/16.  
Бумага писчая. Печать офсетная. Гарнитура Times.  
Усл. печ. л. 27,7. Уч.-изд. л. 26,5. Тираж 300 экз. Заказ 696.

Издательство Чувашского университета  
Типография университета  
428015 Чебоксары, Московский просп., 15